ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2006. május 9.

MATEMATIKA SZLOVÁK NYELVEN MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI ÉRETTSÉGI VIZSGA
PÍSOMNÁ SKÚŠKA STREDNÝ STUPEŇ

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ
OPRAVNO-VYHODNOCOVACIA PRÍRUČKA

OKTATÁSI MINISZTÉRIUM
MINISTERSTVO ŠKOLSTVA

Dôležité pokyny

Formálne predpisy:

- Písomnú prácu treba opravovať **perom odlišnej farby** než akú použil skúšaný študent a podľa zvyklostí označovať chyby, nedostatky, atď.
- Z obdĺžnikov nachádzajúcich sa vedľa príkladov je v prvom uvedený maximálny počet bodov na daný príklad, do vedľajšieho **obdĺžnika** sa napíše **počet bodov** daných opravujúcim.
- V prípade **bezchybného riešenia** stačí napísať maximálny počet bodov do vhodného obdĺžnika.
- V prípade neúplného/chybného riešenia prosíme, aby hodnotiaci napísal na úlohu aj jednotlivé čiastkové bodové ohodnotenie.

Obsahové požiadavky:

- V prípade jednotlivých úloh sme uviedli aj bodovanie viacerých riešení. Ak sa vyskytne od uvedených **odlišné riešenie**, vyhľadajte zodpovedajúce rovnocenné riešenie v častiach smernice, a na základe tohto bodujte.
- Body bodovacej smernice sú ďalej **deliteľné**. Pridelené body môžu byť len celé body.
- V prípade jednoznačne správneho myšlienkového postupu a výsledkov možno dať maximálny počet bodov aj vtedy, ak popis je **menej rozvedený**.
- Ak je v riešení **výpočtová chyba,** nepresnosť, potom neprislúcha bod len na tú časť, v ktorej žiak urobil chybu. Ak s chybným čiastkovým výsledkom žiak pokračuje ďalej so správnym myšlienkovým postupom a riešiteľný problém sa zásadne nezmení, potom mu treba dať ďalšie čiastkové body.
- **V** prípade **zásadnej myšlienkovej** chyby v rámci jednej myšlienkovej jednotky (tieto označuje v príručke dvojčiara) neprislúchajú body ani na formálne správne matematické postupy. Ak študent so zásadnou myšlienkovou chybou získaným výsledkom ako východiskovým údajom ďalšej počíta správne v ďalsej myšlienkovej jednotke alebo čiastočnej otázke, potom na túto časť má dostať maximálny počet bodov, keď sa riešiteľný problém zásadne nezmenil.
- Ak sa v opravnej príručke nachádza v zátvorke **jednotka merania**, v prípade jej vynechania má riešenie úplnú hodnotu.
- Z viacero pokusov riešenia jedného príkladu možno **hodnotiť len jedno** (s najvyšším počtom bodov).
- Za riešenie **nemožno dať bonusové body** (body presahujúce maximálny počet bodov daných pre danú úlohu alebo časť úlohy).
- Pre tie nesprávne čiastkové výpočty, čiastkové kroky, ktoré skúšaný pri riešení príkladu v skutočnosti nepoužil netreba **strhnúť body**.
- **V prípade série skúšobných úloh v časti II./B z 3 príkladov možno vyhodnotiť len riešenie 2 príkladov.** Skúšaný do štvorčeka slúžiaceho na tento účel – predpokladáme – označil poradové číslo toho príkladu, ktorého vyhodnotenie nebude započítané do celkového počtu bodov. Tomuto zodpovedajúce riešenie dané pre tento príklad nie je potrebné ani opraviť. Keď nevysvitne jednoznačne, že hodnotenie ktorého príkladu skúšaný nežiada, potom bude automaticky v poradí posledný príklad ten, ktorý netreba vyhodnotiť.

I.

1.		
$A \cap B = \{12; 16; 20\}$	2 body	*Keď udá 2 prvky správne, môže dostať 1 bod*
Spolu:	**2 body**	*Prvky množiny A a B sa osobitne nebodujú.*

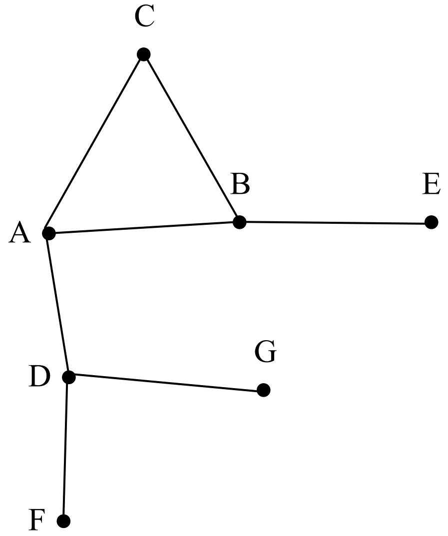
2.		
Odvesna je: $3 \cdot \sin 42^\circ \approx 2{,}01$ cm.	2 body	*Odvesna: 1 bod* *Zaokrúhlenie : 1 bod*
Spolu:	**2 body**	

3.		
a) Pravdivé	1 bod	
b) Nepravdivé	1 bod	
c) Pravdivé	1 bod	
d) Nepravdivé	1 bod	
Spolu:	**4 body**	

4.		
Modus: 174.	1 bod	
Medián: 173.	1 bod	
Spolu:	**2 body**	

5.		
$3y - x = 3$ alebo $y = \frac{1}{3}x + 1$ $(x \in [-9; 9])$	3 body	*Keď je správna len strmosť, patrí 1 bod; priesečný bod osy y má hodnotu tiež 1 bod.*
Spolu:	**3 body**	*Aj vtedy dostáva 3 body, keď miesto rovnice útvaru udá vzorec priradenia.*

6.



Znázornenie	1 bod	*Len za bezchybnú sieť možno dať 1 bod*
Celkový počet stupňov: 14	1 bod	
Spolu:	**2 body**	

7.

Nie každá babička má rada svoje vnúča alebo: Je taká babička, ktorá nemá rada svoje vnúča.	2 body	*Každá správna odpoveď má hodnotu 2 body.*
Spolu:	**2 body**	

8.

Mocniteľ: $-\frac{1}{2}$.	2 body	*Mocniteľa možno udať v ktoromkoľvek tvare*
Spolu:	**2 body**	*Keď ako odpoveď napíše $10^{-½}$, dostáva jeden bod.*

9.

Obor hodnôt: $-1 \le y \le 3$, y je reálne číslo, alebo [−1; 3].	2 body	*To, že y je reálne číslo, nemusí udať.*
Spolu:	**2 body**	

10.		
Počet možných umiestnení: 12 (= 3·2·1·2).	3 body	
Spolu:	**3 body**	*Keď všetky umiestnenia nevymenuje, ale vymenuje aspoň 6, môže dostať 1 bod.*

11.		
Počet všetkých prípadov: 90.	1 bod	
Počet vhodných prípadov: 9.	1 bod	
Pravdepodobnosť: $\frac{9}{90} = 0{,}1$.	1 bod	
Spolu:	**3 body**	

12.		
Rovnica kruhu: $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$.	1 bod	
Po dosadení súradníc bodu $P(1; -3)$: $25 = 25$,	1 bod	*Môže počítať aj so vzdialenosťou bodu P a stredobodu kruhu.*
Teda bod P leží na kruhu.	1 bod	
Spolu:	**3 body**	

II./A

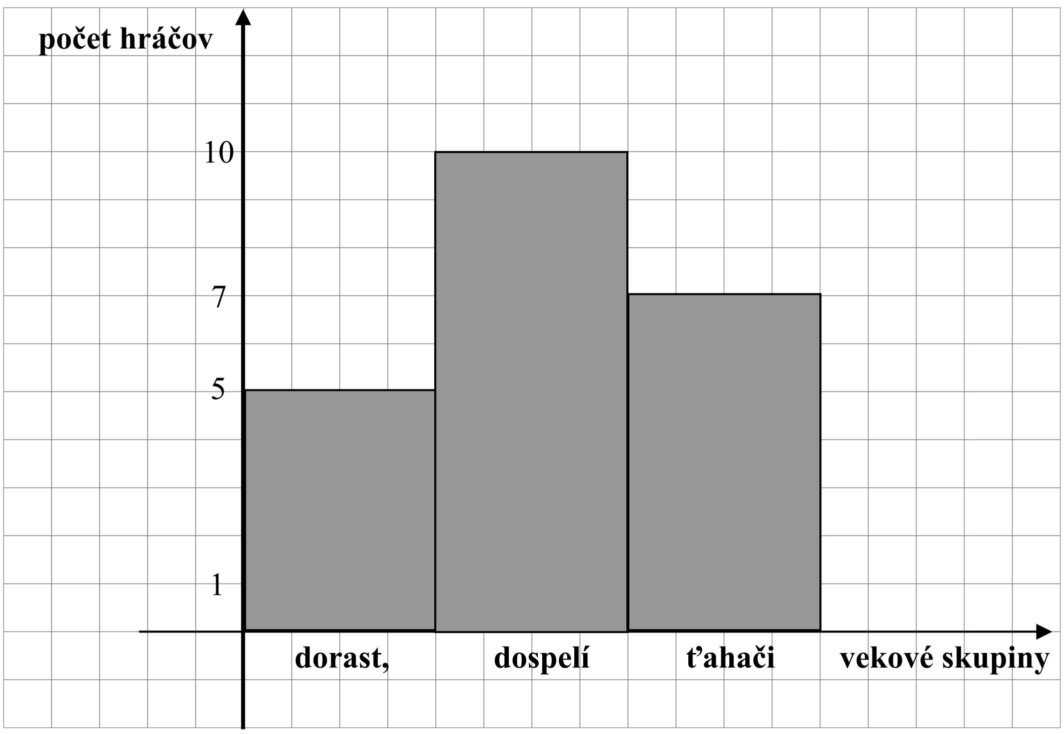
13.		
Na základe definície logaritmu a odmocňovania $x > \frac{2}{3}$ a $x > \frac{7}{4}$,	1 bod*	
teda rovnica je definovaná v prípade $x > \frac{7}{4}$	1 bod*	
Použitím ekvivalencie logaritmu $\lg\left(\sqrt{3x-2}\cdot\sqrt{4x-7}\right) = \lg 2$.	2 body	
Logaritmická funkcia so základom 10 je prísne monotonne stúpajúca, preto: $\sqrt{3x-2}\cdot\sqrt{4x-7} = 2$.	1 bod	*Aj bez odôvodnenia prislúcha 1 bod.*
Po umocnení na druhú $(3x-2)\cdot(4x-7) = 4$.	1 bod	
Po prevedení úkonov a usporiadaní $12x^2 - 29x + 10 = 0$.	2 body	
Riešenia rovnice $x_1 = 2$; $x_2 = \frac{10}{24}\left(= \frac{5}{12}\right)$.	2 body	
Kontrola: po dosadení koreňa $x_1=2$ dostaneme platnú rovnosť	1 bod	
$x_2 = \frac{5}{12}$ nie je koreňom rovnice.	1 bod	** Keď neprevedie zúženie základnej množiny, ale kontrola je správna, aj vtedy prislúcha 1 bod.*
Spolu:	**12 bodov**	

14. a)		
Na dĺžku dáždnika AB napíšeme kosínusovú vetu: $AB^2 = 25^2 + 60^2 - 2\cdot 25\cdot 60\cdot\cos 120°$.	3 body	*Rozoznanie použiteľnosti kosínusovej vety sú 2 body, správne dosadenie 1 bod.*
$AB^2 = 5725$	1 bod	
$AB = \sqrt{5725} \approx 76$ cm je dĺžka dáždnika.	1 bod	
Spolu:	**5 bodov**	

14. b)

Keď má dĺžka ramena meraná od bodu A hodnotu x, potom druhé je 85-x	1 bod	*1 bod prislúcha aj vtedy, keď vhodný rozklad vysvitne z napísania Pythagorovej vety.*
V pravouhlom trojuholníku podľa Pythagorovej vety: $x^2+(85-x)^2=5725$.	1 bod	
$x^2+85^2+x^2-170x=5725$	1 bod	*Výpočet druhej mocniny.*
$x^2-85x+750=0$	1 bod	*Za zlúčenie.*
Korene kvadratickej rovnice: 75 és 10.	2 body	
Pravouhlý vrchol môže byť od koncového bodu A na 10 cm alebo 75 cm.	1 bod	
Spolu:	**7 bodov**	

15. a)



Spolu:	**4 body**	*Rozdelenie podľa vekových skupín sú 2 body, pomenovanie osí 1 bod,znázornenie 1 bod*

15. b)

Priemerný vek družstva: $\frac{19+20+3\cdot 21+2\cdot 22+3\cdot 23+24+4\cdot 25+3\cdot 26+27+3\cdot 28}{22}=$ $=\frac{528}{22}=24\,\text{rokov}.$	3 body	*V prípade výpočtovej chyby môže dostať najviac 2 body.*
Spolu:	**3 body**	

15. c)

Zo štyroch 25 ročných hráčov vyberieme dvoch:: $\binom{4}{2}$- spôsobmi (= 6). Z troch 28 ročných hráčov vyberieme dvoch: $\binom{3}{2}$- spôsobmi (= 3).	3 body	*Nájdenie modelu výberu je 1 bod, dva prípady 1-1 bod. (Správne odpovede sú plnohodnotné aj bez kombinatorických vzorcov.)*
Výber piatich osôb môže dostať 6·3·1 = 18-spôsobmi.	2 body	
Spolu:	**5 bodov**	*Bez odôvodnenia môže dostať najviac 2 body.*

II./B

16. a)		
Z 20 000 Ft 2,5% je 500 Ft manipulačný poplatok.	1 bod	
Z 19 500 Ft dostane 19 500*146= 2 847 000 lejov do ruky.	2 body	*Aj výsledok 284,7 NOVÝCH LEJOV je prijateľná odpoveď.*
Spolu:	**3 body**	

16. b)		
300 NOVÝCH LEJOV = 3 000 000 lejov	1 bod	
Keď tieto peniaze dostane za x Ft-ov, tak x*0,975*146 = 3 000 000.	3 body	
Z toho x = 21 075 Ft.	1 bod	
Spolu:	**5 bodov**	*V prípade výpočtovej chyby dostane najviac 4 body.*

16. c)		
1 NOVÝ LEJ = $\frac{10000}{146}$ Ft = 68,49 Ft	3 body	*Za výpočtovú chybu, alebo nesprávne zaokrúhlenie možno strhnúť po 1 bode.*
Spolu:	**3 body**	

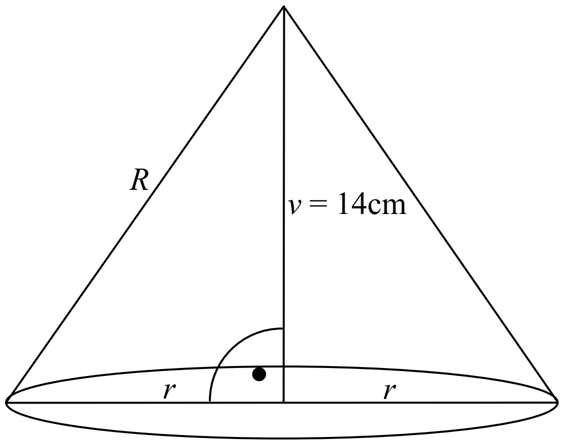
16. d)		
Z ôsmich mincí náhodne $\binom{8}{4}$ - spôsobmi vyberieme štyri, teda všetkých prípadov je 70.	1 bod	*Nežiadajme vyslovenie toho, že tieto všetky majú rovnakú pravdepodobnosť.*
„Správny“ prípad zo štyroch mincí vznikne len tak, že 90 = 50+20+10+10	1 bod	
Jednu 50-ku z jednej možno vybrať jedným spôsobom, jednu 20-ku z troch tromi spôsobmi a dve 10-ky zo štyroch šiestimi spôsobmi.	2 body	
90 NOVÝCH BANOV pokladníčka mohla vybrať 1*3*6 = 18 spôsobmi .	1 bod	
Pravdepodobnosť: $\frac{18}{70} \approx 0{,}2571$.	1 bod	
Spolu:	**6 bodov**	

17. a)		
$a_3 = 5 \cdot q^2$, $a_5 = 5 \cdot q^4$.	2 body	
Spolu:	**2 body**	

17. b)		
$a_4 = 5 + 3d$, $a_{16} = 5 + 15d$.	2 body	
Spolu:	**2 body**	

17. c)		
$5 \cdot q^2 = 5 + 3d$, $5 \cdot q^4 = 5 + 15d$.	2 body	
Po eliminovaní *d:* $q^4 - 5 \cdot q^2 + 4 = 0$.	3 body	*Po umocnení prvej rovnice môže vypadnúť aj q a tak d(d-5) = 0.*
Po dosadení koreňov kvadratickej rovnice do vzorca riešenia na q^2,	1 bod	
$q^2 = 1$ alebo 4 dostaneme hodnoty.	2 body	
Z toho na q ± 1 resp. ± 2.	2 body	*Keď udá len kladné hodnoty dostáva 1 bod.*
Pre hodnoty *d* radom: 0, resp.5	1 bod	
Za dosadenie riešení do textu.	2 body	
Spolu:	**13 bodov**	

18. a)		
Hrana dĺžky 31,4 cm udáva obvod kruhu základne: $31{,}4 = 2r \cdot \pi$.	1 bod	
$r \approx 5$ (cm)	1 bod	
$V_{valca} = r^2 \cdot \pi \cdot 14$	1 bod	
Objem valca $\approx 1{,}1\ dm^3$.	1 bod	
Spolu:	**4 body**	

18. b)		
		
Spolu:	**2 body**	

18. c)		
Dĺžka polokruhu $R{\cdot}\pi$ udáva obvod kruhu základne kužeľa, $R{\cdot}\pi = 2r{\cdot}\pi$;	1 bod*	*Aj bez odôvodnenia dostáva 1 bod.*
teda $r = \frac{R}{2}$.	1 bod	** Po ľubovoľnom odôvodnení v prípade udania správneho pomeru prislúcha 1+ 1 bod.*
Pre pravouhlý trojuholník so stranami $\frac{R}{2}$, a 14, a R napíšeme Pythagorovu vetu:	1 bod	
$\frac{R^2}{4} + 14^2 = R^2$.	1 bod	
Z rovnice: $R = \frac{28}{\sqrt{3}} \approx 16{,}2$ cm.	2 body	
Spolu:	**6 bodov**	

18. d)		
Plocha kruhu základne: $r^2 \cdot \pi$.	1 bod	*≈ 206 cm^2(tu r ≈ 8,1 cm)*
Plocha plášťa kužeľa: $\dfrac{R^2\pi}{2}$.	1 bod	*≈ 412 cm^2*
Pomer plôch: $\dfrac{r^2\pi}{0{,}5 \cdot R^2\pi} = \dfrac{2r^2}{R^2}$	1 bod	
Po dosadení tvaru $r = \dfrac{R}{2}$:	1 bod*	*V prípade výpočtu s číselnou hodnotou, tento riadok nie je potrebný.*
je pomer plôch: $\dfrac{1}{2}$.	1 bod	** V prípade zistenia správneho pomeru tiež prislúcha 1+1 bod.*
Spolu:	**5 bodov**	