ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2006. május 9.

MATEMATIKA
SPANYOL NYELVEN
MATEMÁTICAS

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI ÉRETTSÉGI VIZSGA
EXAMEN ESCRITO DE BACHILLERATO DE NIVEL MEDIO

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ
GUÍA DE CORRECCIÓN Y EVALUACIÓN

OKTATÁSI MINISZTÉRIUM
MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Información importante

Cuestiones formales para la corrección del examen:

- El profesor tiene que corregir el examen con un **bolígrafo de diferente color** al utilizado por el alumno. El profesor indicará los errores, los pasos que faltan, etc, tal y como esté acostumbrado.
- En los recuadros grises de puntuación, el primero indica la máxima puntuación que se puede dar y el **recuadro** de al lado recoge los **puntos** que ha dado el profesor.
- **Si no hay errores en la resolución**, es suficiente escribir los puntos máximos en el recuadro correspondiente.
- Si hay errores o faltan pasos, indique, por favor, **los puntos correspondientes a las partes**.
-

Cuestiones de contenido:

- En el algunos problemas, les hemos ofrecido la puntuación correspondiente a varias soluciones. Si usted encuentra **otra solución**, busque, por favor, las partes equivalentes de las soluciones que muestra la guía y reparta los puntos según dichas partes.
- **Se pueden dividir** los puntos que la guía recomienda para indicar distintos pasos de una parte. Pero, en cualquier caso, los puntos que se den siempre serán enteros.
- Si los pasos y la resolución son correctos, se puede dar la máxima puntuación incluso si **las explicaciones no son tan amplias** como las que aparecen en la guía.
- Si el estudiante **comete un error de cálculo o de precisión**, no recibirá los puntos correspondientes a esta parte. Si al arrastrar este error, el resto de los pasos realizados son correctos y no cambia el sentido del problema, entonces se puntuarán el resto de los pasos.
- En caso de **un error de aplicación teórica**, dentro de un razonamiento en la resolución (los razonamientos distintos aparecen separados con una línea doble en la guía), no se pueden dar puntos ni por los pasos matemáticamente correctos hechos tras cometer el error. Pero si en el siguiente razonamiento, se sigue trabajando bien, a pesar del resultado incorrecto causado por dicho error, se darán los puntos máximos para las siguientes partes de la resolución del problema si no ha cambiado el sentido del problema.
- Si en la guía, **una unidad de medida** está entre paréntesis, la solución será correcta aunque no se escriba dicha unidad.
- Si el alumno escribe varios intentos par resolver un ejercicio, **sólo se puntuará uno de ellos**, el que tenga más puntuación.
- **No se pueden dar puntos extra** que excedan los puntos máximos que se pueden dar para el problema o una parte de él.
- **No se restan puntos** si aparecen errores en algún paso o en partes de la resolución que el alumno no utiliza después para resolver el ejercicio.
- **De los tres problemas propuestos en la II./B parte del examen sólo se pueden puntuar dos**. Probablemente el estudiante habrá indicado el número del problema eliminado, el que no puntuará, en el cuadrado correspondiente. Si el alumno hubiera resuelto este problema no habría que corregirlo. Si no queda claro cuál es el ejercicio que el alumno examinado no desea que se le corrija, entonces automáticamente, según el orden en que se dan los problemas, no se corregirá el último.

I.

1.		
$A \cap B = \{12; 16; 20\}$	2 puntos	*Si da como respuesta dos elementos correctos, recibirá 1 punto.*
Total:	**2 puntos**	*Por la enumeración de los elementos de los conjuntos A y B, por separado, no se darán puntos.*

2.		
Cateto: $3 \cdot \sin 42^\circ \approx 2{,}01$ cm.	2 puntos	*Cateto: 1 punto, aproximación: 1 punto.*
Total:	**2 puntos**	

3.		
a) verdadera	1 punto	
b) falsa	1 punto	
c) verdadera	1 punto	
d) falsa	1 punto	
Total:	**4 puntos**	

4.		
Moda: 174.	1 punto	
Mediana: 173.	1 punto	
Total:	**2 puntos**	

5.		
$3y - x = 3$ ó $y = \frac{1}{3}x + 1$ ($x \in [-9; 9]$)	3 puntos	*Si sólo es correcta la pendiente se dará 1 punto; si el punto de corte de la recta con el eje Y es correcto, también 1 punto.*
Total:	**3 puntos**	*También se consiguen los 3 puntos si el alumno en lugar de escribir las ecuaciones de estas formas da la fórmula correspondiente.*

6.		

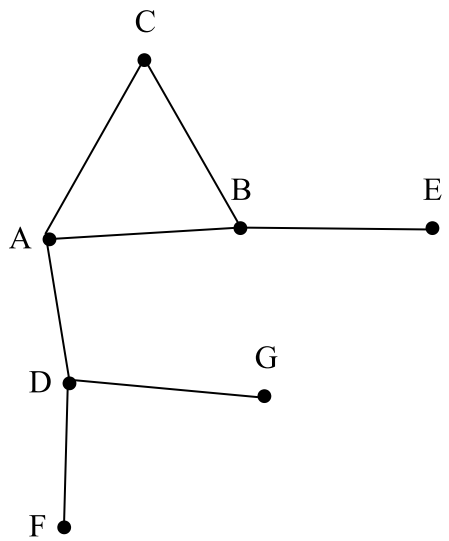



Ilustración.	1 punto	*Sólo se podrá dar este punto por un grafo sin errores.*
Suma de los grados de los vértices: 14.	1 punto	
Total:	**2 puntos**	

7.		
No todas las abuelas quieren a sus nietos. o: Al menos hay una abuela que no quiere a sus nietos.	2 puntos	*Por cualquier solución correcta se recibirán 2 puntos.*
Total:	**2 puntos**	

8.		
Exponente: $-\frac{1}{2}$.	2 puntos	*Se puede dar el exponente de cualquier forma.*
Total:	**2 puntos**	*Si se da como respuesta* $10^{-\frac{1}{2}}$*, entonces recibe 1 punto.*

9.		
Rango: $-1 \le y \le 3$, y es un número real, ó [–1; 3].	2 puntos	*La condición de que y sea un número real no es necesaria.*
Total:	**2 puntos**	

10.		
Número de colocaciones posible: 12 (= 3·2·1·2).	3 puntos	
Total:	**3 puntos**	*Si no escribe todas las posibilidades pero al menos enumera seis, recibirá 1 punto.*

11.		
Número de casos posibles: 90.	1 punto	
Número de casos favorables: 9.	1 punto	
Probabilidad: $\frac{9}{90} = 0{,}1$.	1 punto	
Total:	**3 puntos**	

12.		
Ecuación de la circunferencia: $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 25$.	1 punto	
Sustituimos las coordenadas del punto $P(1; -3)$ en la ecuación: $25 = 25$,	1 punto	*También se puede hacer aplicando la distancia entre el punto P y el centro de la circunferencia.*
por lo tanto el punto P pertenece a la circunferencia.	1 punto	
Total:	**3 puntos**	

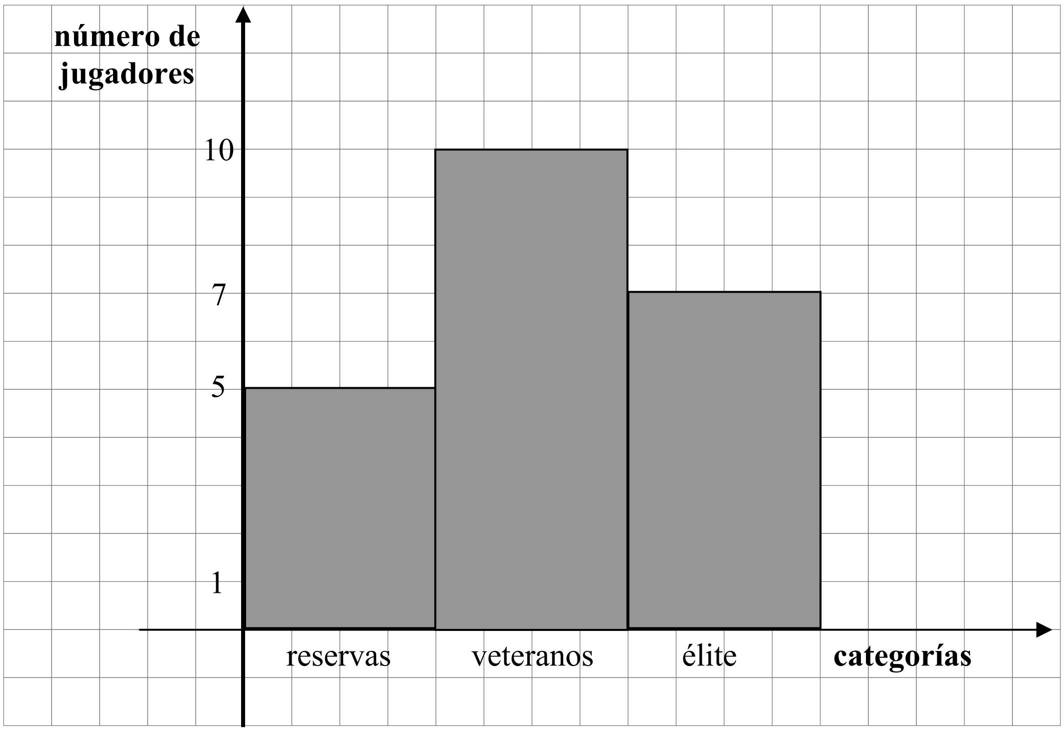
II./A

13.		
Por el dominio del logaritmo y de la raíz cuadrada $x > \frac{2}{3}$ y $x > \frac{7}{4}$,	1 punto*	
ó $x > \frac{7}{4}$ en caso del dominio de la ecuación.	1 punto*	
Aplicando las propiedades del logaritmo $\lg\left(\sqrt{3x-2}\cdot\sqrt{4x-7}\right) = \lg 2$.	2 puntos	
Por ser la función logarítmica estrictamente monótona creciente, se tiene que $\sqrt{3x-2}\cdot\sqrt{4x-7} = 2$.	1 punto	*Sin la justificación también se dará 1 punto.*
Elevando al cuadrado $(3x-2)\cdot(4x-7) = 4$.	1 punto	
Después de quitar paréntesis y ordenar se llega a $12x^2 - 29x + 10 = 0$.	2 puntos	
Soluciones de la ecuación: $x_1 = 2$; $x_2 = \frac{10}{24}\left(= \frac{5}{12}\right)$.	2 puntos	
Comprobación: al sustituir $x_1 = 2$ en la ecuación, ésta se cumple.	1 punto	
$x_2 = \frac{5}{12}$ no es solución de la ecuación.	1 punto	** Si no obtiene el dominio, pero la comprobación es correcta, también se darán los 2 puntos, uno por cada estudio del dominio.*
Total:	**12 puntos**	

14. a)		
Para calcular el bastón AB del paraguas, aplicaremos el teorema del coseno: $AB^2 = 25^2 + 60^2 - 2\cdot 25\cdot 60\cdot\cos 120°$.	3 puntos	*Por reconocer que se puede aplicar el teorema del coseno 2 puntos, por la sustitución correcta de los datos 1 punto.*
$AB^2 = 5725$	1 punto	
$AB = \sqrt{5725} \approx 76$ cm longitud del bastón.	1 punto	
Total:	**5 puntos**	

14. b)		
Si la distancia del extremo A al enganche del perchero es x, entonces la otra será $85 - x$.	1 punto	*Este punto también se dará si la correspondiente descomposición de las dos partes de la cuerda se deduce de la ecuación que se obtiene al aplicar el teorema de Pitágoras.*
Por el teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo: $x^2 + (85 - x)^2 = 5725$.	1 punto	
$x^2 + 85^2 + x^2 - 170x = 5725$	1 punto	*Por el desarrollo del „cuadrado de la diferencia”.*
$x^2 - 85x + 750 = 0$	1 punto	*Agrupando y simplificando.*
Soluciones de la ecuación de segundo grado: 75 y 10.	2 puntos	
La distancia de A al vértice del ángulo recto puede ser 75cm ó 10cm.	1 punto	
Total:	**7 puntos**	

15. a)



Total:	**4 puntos**	*Por la selección de cada categoría 2 puntos, por la asignación de variables en los ejes 1 punto, por la representación 1 punto.*

15. b)

Edad media del equipo: $\frac{19+20+3\cdot 21+2\cdot 22+3\cdot 23+24+4\cdot 25+3\cdot 26+27+3\cdot 28}{22}=$ $=\frac{528}{22}=24$ años.	3 puntos	*En caso de un error de cálculo se podrán dar 2 puntos como máximo.*
Total:	**3 puntos**	

15. c)		
De los cuatro jugadores de 25 años elegimos dos de $\binom{4}{2}$ maneras distintas (= 6). De los tres jugadores de 28 años elegimos dos de: $\binom{3}{2}$ maneras distintas (= 3).	3 puntos	*Por el tipo de agrupación aplicado para la selección 1 punto, por los dos casos 2 puntos. (Si obtiene la solución sin aplicar fórmulas de combinatoria, se darán todos los puntos).*
Así la selección de cinco jugadores puede hacerse de $6 \cdot 3 \cdot 1 = 18$ maneras distintas.	2 puntos	
Total:	**5 puntos**	*Si no se justifica se podrán dar 2 puntos como máximo.*

II./B

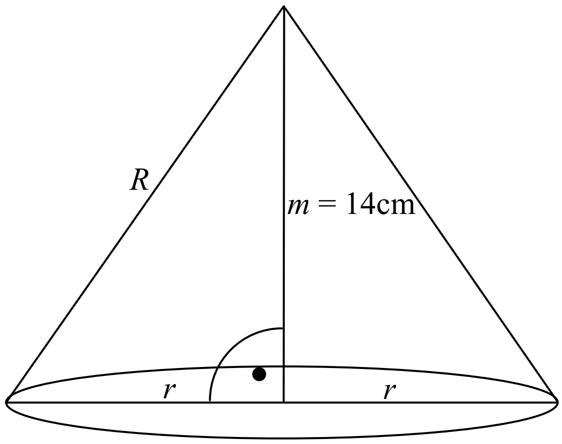
16. a)		
La comisión (2,5% del total) sobre 20 000Ft es 500Ft.	1 punto	
Luego por 19 500Ft recibe $19\,500 \cdot 146 = 2\,847\,000$ antiguos leis.	2 puntos	*Se acepta también como solución 284,7 NUEVOS LEIS.*
Total:	**3 puntos**	
16. b)		
300 NUEVOS LEIS = 3 000 000 leis antiguos	1 punto	
Si por xFt recibe este dinero, entonces $x \cdot 0{,}975 \cdot 146 = 3\,000\,000$.	3 puntos	
De donde $x = 21\,075$Ft.	1 puntos	
Total:	**5 puntos**	*En caso de un error de cálculo, 4 puntos como máximo.*
16. c)		
1 NUEVO LEI = $\frac{10000}{146}$Ft = 68,49Ft	3 puntos	*Por un error de cálculo se descontará 1 punto, por un error en el redondeo, otro punto.*
Total:	**3 puntos**	
16. d)		
De las ocho monedas se eligen al azar cuatro de $\binom{8}{4}$ maneras distintas, es decir, 70 casos en total.	1 punto	*No esperamos que los alumnos comenten que cada uno de éstos puedan tener la misma probabilidad.*
Para los casos favorables de las cuatro monedas sólo puede ocurrir lo siguiente, que $90 = 50 + 20 + 10 + 10$.	1 punto	
Una unidad de 50 se puede elegir de una forma, una unidad de 20 de entre tres, se puede elegir de tres maneras distintas y dos unidades de 10 de entre cuatro, se pueden elegir de seis maneras distintas.	2 puntos	
Así en la caja nos pueden devolver 90 NUEVOS BANIS de $1 \cdot 3 \cdot 6 = 18$ maneras distintas.	1 punto	
Probabilidad: $\frac{18}{70} \approx 0{,}2571$.	1 punto	
Total:	**6 puntos**	

17. a)		
$a_3 = 5\cdot q^2$, $a_5 = 5\cdot q^4$.	2 puntos	
Total:	**2 puntos**	
17. b)		
$a_4 = 5 + 3d$, $a_{16} = 5 + 15d$.	2 puntos	
Total:	**2 puntos**	
17. c)		
$5\cdot q^2 = 5 + 3d$, $5\cdot q^4 = 5 + 15d$.	2 puntos	
Escribiendo d en función de q: $q^4 - 5\cdot q^2 + 4 = 0$.	3 puntos	*Si de la primera ecuación despejamos q al cuadrado y lo sustituimos en la segunda, llegamos a $d(d-5) = 0$.*
Aplicando la fórmula de resolución a la ecuación de segundo grado que tiene por incógnita q^2, obtenemos que,	1 punto	
$q^2 = 1$ ó 4.	2 puntos	
Así q valdrá ± 1, ó ± 2.	2 puntos	*Si sólo se dan los valores positivos, entonces se consigue 1 punto.*
Los valores de d correspondientes: 0, ó 5.	1 punto	
Sustituyendo las soluciones en el texto.	2 puntos	
Total:	**13 puntos**	

18. a)

El lado de 31,4cm corresponde al perímetro de la base del cilindro: $31{,}4 = 2r\cdot\pi$.	1 punto	
$r \approx 5$ (cm)	1 punto	
$V_{cilindro} = r^2\cdot\pi\cdot 14$	1 punto	
El volumen del cilindro es $\approx 1{,}1\ dm^3$.	1 punto	
Total:	**4 puntos**	

18. b)



Total:	**2 puntos**	

18. c)

La longitud del arco que corresponde al semicírculo, $R\cdot\pi$, es igual al perímetro de la base del cono, $R\cdot\pi = 2r\cdot\pi$;	1 punto*	*Sin la explicación también 1 punto.*
de donde $r = \frac{R}{2}$.	1 punto	**En caso de aplicar cualquier razonamiento correcto que nos lleve a determinar bien la razón, también se conseguirán 1+1 puntos.*
Por el teorema de Pitágoras aplicado en el triángulo rectángulo de lados $\frac{R}{2}$, 14 y R:	1 punto	
$\frac{R^2}{4} + 14^2 = R^2$.	1 punto	
De la ecuación: $R = \frac{28}{\sqrt{3}} \approx 16{,}2$ cm.	2 puntos	
Total:	**6 puntos**	

18. d)		
Área del círculo de la base: $r^2 \cdot \pi$.	1 punto	*≈ 206 cm²* *(aquí r ≈ 8,1 cm)*
Superficie lateral del cono: $\frac{R^2\pi}{2}$.	1 punto	*≈ 412 cm²*
Razón entre áreas: $\frac{r^2\pi}{0{,}5 \cdot R^2\pi} = \frac{2r^2}{R^2}$	1 punto	
Teniendo en cuenta la relación $r = \frac{R}{2}$:	1 punto*	*Para la realización de estos cálculos no se necesitan resultados concretos.*
la razón entre las áreas es: $\frac{1}{2}$.	1 punto	** En caso de obtener la razón correcta también se darán 1 + 1 puntos.*
Total:	**5 puntos**	